Chapitre 4 : Fonctions affines et systèmes page 74

1. <u>Fonctions affines</u>

<u>Définition</u>
La fonction qui, à tout nombre réel x, fait correspondre le nombre a*x*+b est appelée <u>fonction affine</u>. f(*x*)= a*x*+b

La valeur *a* est appelée <u>coefficient directeur</u> ou pente de la droite.

Si *a* > 0 alors f est croissante
Si *a* < 0 alors f est décroissante
Si *a* = 0 alors f est constante

La valeur b est appelée <u>ordonnée à l'origine</u> de la droite.

La représentation graphique de la fonction f(*x*)= a*x*+b est la droite d'équation y = a*x*+b

Exercices page 77 n°1, 2, 3 et 4

<u>Détermination graphique de a et b, expression d'une fonction affine page 79</u>

Exercices page 79 n°1, 2, 3.
Exercices page 83 n°6, 7, 8, 11, 12, 13, 16, 17

2. <u>Résolution graphique d'un système page 81</u>

<u>Définition</u>
Un système est formé de deux équations dans lesquelles se trouvent deux inconnues (souvent notées *x* et *y*)

Exemple page 81

<u>Méthode</u>
Résoudre graphiquement un système, c'est chercher les coordonnées du point d'intersection des droites associées aux équations du système. Voir l'exemple page 81.

Exercices page 81 n°1, 2, 3

Exercices page 83 n°19, et 20 à la calculatrice graphique.

Evaluation page 89.

Corrections page 79

Exercice 1

a. Coefficient directeur de $\mathcal{D}_1$: 1.
Coefficient directeur de $\mathcal{D}_2$: –3.
Coefficient directeur de $\mathcal{D}_3$: 0.
Coefficient directeur de $\mathcal{D}_4$: 2.
b. Ordonnée à l'origine de $\mathcal{D}_1$: 2.
Ordonnée à l'origine de $\mathcal{D}_2$: 4.
Ordonnée à l'origine de $\mathcal{D}_3$: –1.
Ordonnée à l'origine de $\mathcal{D}_4$: –2.
c. Équation réduite de $\mathcal{D}_1$: $y = x + 2$.
Équation réduite de $\mathcal{D}_2$: $y = -3x + 4$.
Équation réduite de $\mathcal{D}_3$: $y = -1$.
Équation réduite de $\mathcal{D}_4$: $y = 2x - 2$.

Exercice 2

Δ_1 et Δ_4 sont parallèles, car elles ont le même coefficient directeur : $3{,}5 = \dfrac{7}{2}$.

Exercice 3

a. $a = \dfrac{f(6) - f(2)}{6 - 2} = \dfrac{7 - 1}{6 - 2} = 1{,}5$.
b. L'expression de la fonction affine f est de la forme $ax + b$ avec $a = 1{,}5$, donc $f(x) = 1{,}5x + b$.
On a donc $f(2) = 1{,}5 \times 2 + b = 3 + b$.
Et comme $f(2) = 1$, on en déduit que :
$3 + b = 1$, soit $b = 1 - 3 = -2$.
c. $f(x) = 1{,}5x - 2$.

Corrections pages 82 et 83

Exercice 6

$f(3) = 4$.

Exercice 7

Les antécédents de 3 par la fonction f sont –2 ou 1,9 ou 4.

Exercice 8

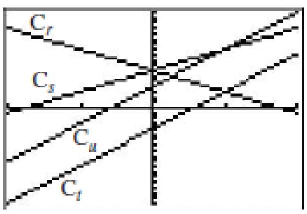
A(4 ; –2).

Exercice 11

$f(x) = 3 + 2x$: droite verte.
$g(x) = -2x + 3$: droite rouge.
$h(x) = 3$: droite orange.
$i(x) = 2x + 1$: droite bleue.

Exercice 12

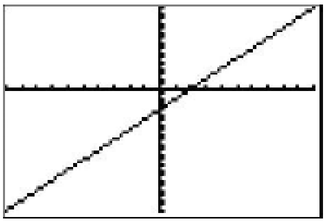
a. La fonction t est croissante, car $a = 7 > 0$.
La fonction u est croissante, car $a = 7 > 0$.
La fonction r est décroissante, car $a = -4 < 0$.
La fonction s est croissante, car $a = 4 > 0$.
b. Fenêtre d'affichage pour la calculatrice : Xmin = –2 ; Xmax = 2.
Ymin = –18 ; Ymax = 18.



Exercice 13

a. $a = \dfrac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \dfrac{0 - (-4)}{2} = 2.$

b. L'expression de la fonction affine f est de la forme $ax + b$ avec $a = 2$, donc $f(x) = 2x + b$.
On a donc $f(0) = 2 \times 0 + b = b$.
Et comme $f(0) = -4$, on en déduit que $b = -4$.
c. $f(x) = 2x - 4$.
d. Représentation de la fonction f sur l'intervalle $[-10 ; 10]$:
fenêtre d'affichage pour la calculatrice : Xmin = –10 ; Xmax = 10.
Ymin = –24 ; Ymax = 16.



Exercice 16

L'expression de la fonction affine h est de la forme $ax + b$.

• Détermination de a :

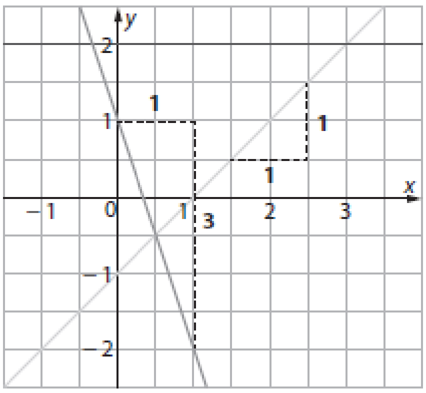
$$a = \frac{h(-1) - h(5)}{(-1) - (5)} = \frac{3 - (-7,5)}{-6} = -1,75.$$

• Détermination de b :

L'expression de la fonction affine h peut s'écrire $h(x) = -1,75x + b$.
On a donc $h(-1) = -1,75 \times (-1) + b = 1,75 + b$.
Et comme $h(-1) = 3$, on en déduit que : $1,75 + b = 3$, soit $b = 3 - 1,75 = 1,25$.
L'expression de h est donc : $h(x) = -1,75x + 1,25$.

Exercice 17

a.



Droite rouge : $a = 0$.
Droite bleue : $a = -3$.
Droite verte : $a = 1$.
b. Droite rouge : $b = 2$.
Droite bleue : $b = 1$.
Droite verte : $b = -1$.
c. Droite rouge : $y = 2$.
Droite bleue : $y = -3x + 1$.
Droite verte : $y = x - 1$.

Corrections page 81

Exercice 1

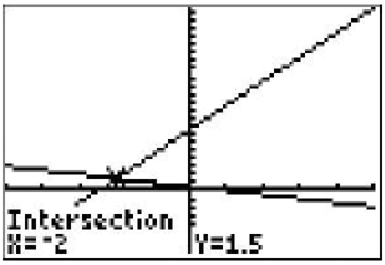
a. La solution du système correspond aux coordonnées du point d'intersection des droites verte et rouge, c'est-à-dire le couple (1 ; 1).
b. La solution du système correspond aux coordonnées du point d'intersection des droites verte et bleue, c'est-à-dire le couple (–2 ; 3).
c. La solution du système correspond aux coordonnées du point d'intersection des droites rouge et bleue, c'est-à-dire le couple (–1 ; 5).

Exercice 2

a. $2 \times 2 - 3 \times (-3) = 13$ et $-3 + 4 \times 2 = 5$.
Le couple (–3 ; 2) vérifie chacune des équations du système donc est solution du système.
b. $-(-3) + 5 \times 2 = 13$ et $2 \times (-3) + 2 = -4$.
Le couple (–3 ; 2) vérifie chacune des équations du système donc est solution du système.
c. $2 = 8 + 2(-3) = 2$ et $-3 + 3 \times 2 = 3 \neq 9$.
Le couple (–3 ; 2) ne vérifie pas la deuxième équation du système donc n'est pas solution du système.

Exercice 3

1. a. $y = 7{,}5 + 3x$.
b. $y = \dfrac{-1 + x}{-2} = 0{,}5 - 0{,}5x$.
2. Avec la calculatrice :
fenêtre d'affichage : Xmin = –5 ; Xmax = 5.
Ymin = –7,5 ; Ymax = 22,5.



Correction des exercices page 83 n°19 et 20 à la calculatrice graphique.

Exercice 19

a. La solution du système correspond aux coordonnées du point d'intersection des droites donc la solution du système est le couple : (1 ; –2).
b. $-2 \times 1 + (-2) = -4$
$-1 - 2 \times (-2) = 3$.
c. • Équation réduite de la droite verte :
$y = 2x - 4$. Donc sa pente est égale à 2.
• Équation réduite de la droite bleue :
$y = -0{,}5x - 1{,}5$. Donc sa pente est égale à $-0{,}5$.

Les équations réduites peuvent s'obtenir par transformation des équations ou par lecture graphique.
Le repère dans lequel sont tracées les droites est orthonormé donc le coefficient directeur d'une droite est égal à sa pente.

Exercice 20

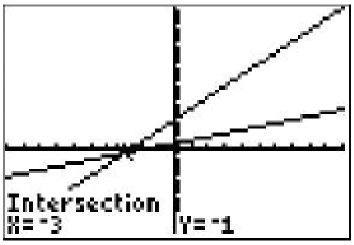
1. a. $-3x + 4y = 5 \Leftrightarrow y = \dfrac{5}{4} + \dfrac{3}{4}x = 1{,}25 + 0{,}75x$.

b. $-5x + 2y = 13 \Leftrightarrow y = \dfrac{13}{2} + \dfrac{5}{2}x = 6{,}5 + 2{,}5x$.

2. Représentation avec la calculatrice des droites à partir des équations réduites du système :

fenêtre d'affichage : Xmin = –10 ; Xmax = 10.

Ymin = –18,5 ; Ymax = 31,5.



La solution du système correspond aux coordonnées du point d'intersection des droites donc la solution du système est le couple : (–3 ; –1).

3. $-3 \times (-3) + 4 \times (-1) = 5$ et $-5 \times (-3) + 2 \times (-1) = 13$.

Correction de l'évaluation page 89

Évaluation (page 89)

a. x représente la distance parcourue (en km) et y représente le coût de la location (en €).

b. Sur le graphique correspondant au loueur ② les points sont alignés. Or on sait qu'une fonction affine est représentée par une droite.

c. $g(12) = 22$; $g(60) = 34$.

d. L'expression de la fonction affine g est de la forme $ax + b$.

• Détermination de a :

$$a = \frac{g(60) - g(12)}{60 - 12} = \frac{34 - 22}{48} = 0{,}25.$$

• Détermination de b :

l'expression de la fonction affine g peut s'écrire $g(x) = 0{,}25x + b$.

On a donc $g(12) = 0{,}25 \times 12 + b = 3 + b$.

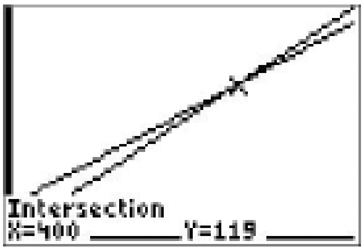
Et comme $g(12) = 22$, on en déduit que : $3 + b = 22$, soit $b = 22 - 3 = 19$.

e. $g(x) = 0{,}25x + 19$.

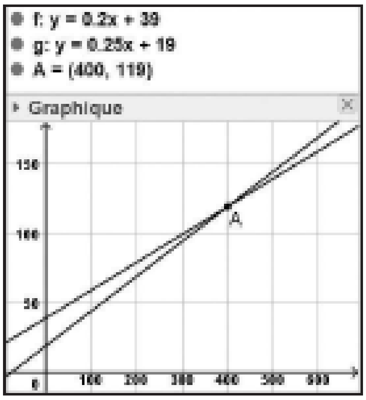
f. Fenêtre d'affichage pour une résolution avec la calculatrice :

Xmin = 0 ; Xmax = 600.

Ymin = 19 ; Ymax = 169.



Avec un logiciel de géométrie dynamique :



La solution du système correspond aux coordonnées du point d'intersection des droites donc la solution du système est le couple : (400 ; 119).

g. x représente la distance parcourue (en km) donc c'est pour une distance parcourue de 400 km que le coût de la location est identique avec les deux loueurs.