

Module 3 : étude de fonctions page 47

Les objectifs de ce module sont:

- *Etudier les variations et représenter les fonctions de référence,*
- *Résoudre graphiquement les inéquations de la forme $f(x) > 0$ et $f(x) > g(x)$,*

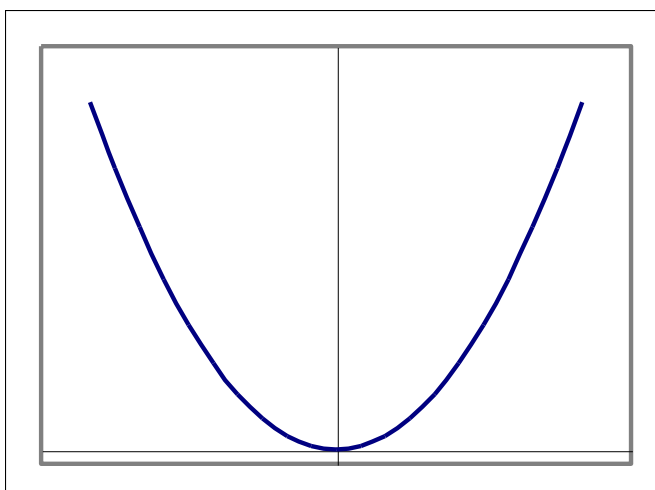
Chapitre 1 : fonctions de référence

I. la fonction “carrée”: Soit f la fonction définie pour toutes valeurs x par $f(x) = x^2$

1. Tableau de valeur de la fonction

x	- 3	- 2	- 1	0	1	2	3
f(x)							

2. Représentation graphique de la fonction



La courbe s'appelle une **parabole** et elle est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées

3. Tableau de variation de la fonction

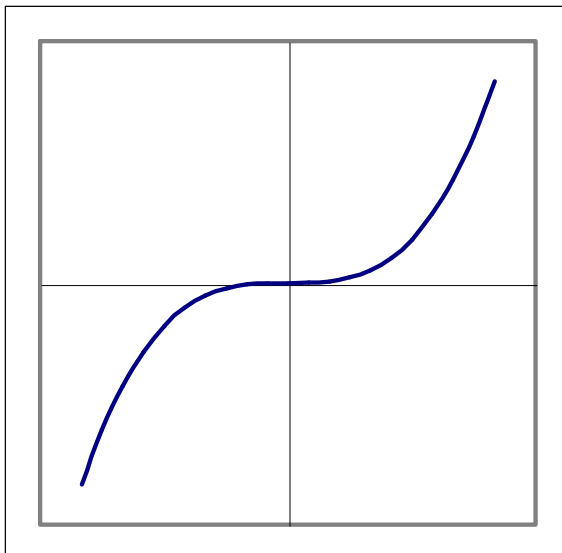
x	$-\infty$	0	$+\infty$
f	$+\infty$		$+\infty$
		0	

II. la fonction “cube”: Soit f la fonction définie pour toutes valeurs x par $f(x) = x^3$

1. Tableau de valeur de la fonction

x	- 3	- 2	- 1	0	1	2	3
$f(x)$							

2. Représentation graphique de la fonction



La courbe est symétrique par rapport au centre du repère

3. Tableau de variation de la fonction

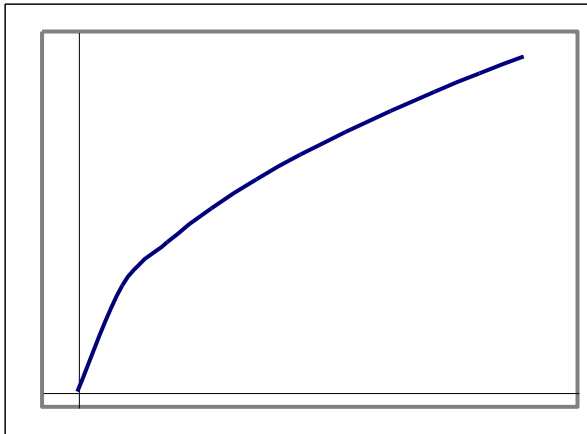
x	$-\infty$	0	$+\infty$
f			$+\infty$
	$-\infty$		

III. la fonction “racine carrée”: Soit f la fonction définie pour les valeurs de x positives par $f(x) = \sqrt{x}$

1. Tableau de valeur de la fonction

x	0	0.5	1	2	3	4	5
f(x)							

2. Représentation graphique de la fonction



3. Tableau de variation de la fonction

x	0	$+\infty$
f		$+\infty$
	0	

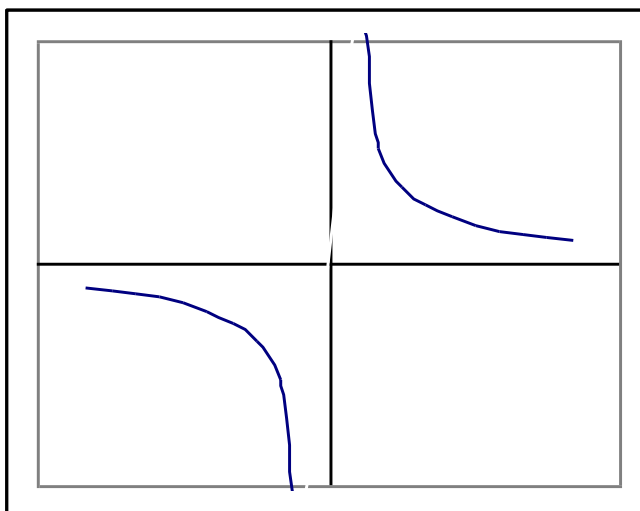
La fonction f est croissante sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$

IV. la fonction “inverse”: Soit f la fonction définie pour les valeurs de x non nulle par $f(x) = \frac{1}{x}$

1. Tableau de valeur de la fonction

x	- 3	- 2	- 1	- 0.5	0.5	1	2	3
f(x)								

2. Représentation graphique de la fonction



La courbe s'appelle une **hyperbole** et elle est symétrique par rapport au centre du repère

3. Tableau de variation de la fonction

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f	0	$+\infty$ $-\infty$	0

Application : Représenter graphiquement ces quatre fonctions sur la calculatrice

V. Exercices d'application en équipes et corrigés en demi-groupes:

Activités 1, 2 et 3 pages 51 et 52

Ex 4, 5, 7, 8, 10 et 11 puis « Testez-vous ! » et problème 16 page 57 à 59.

Chapitre 2 : le second degré page 77

I Etude d'une fonction polynôme du second degré

1. Définition

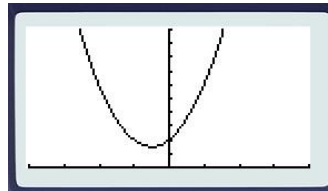
On appelle fonction polynôme du second degré, toute fonction de la forme

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

où a , b et c sont des nombres quelconques.
De plus " a " ne doit pas être nul.

2. Représentation graphique

Exercice représenter graphiquement la fonction $f(x) = 2x^2 + 2x + 2$ sur l'intervalle $[-4 ; 4]$.



Conclusion : La représentation graphique d'une fonction polynôme du second degré de la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ est une parabole.

3. Sens de variation

Les variations d'une fonction de la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ dépendent de la valeur de a :

Si $a > 0$

la parabole est ouverte vers le haut

exemple $f(x) = 2x^2 + 2x + 2$

la fonction admet un minimum.



Si $a < 0$

la parabole est ouverte vers le bas

exemple $g(x) = -2x^2 + 2x + 2$

la fonction admet un maximum.



Remarque : La courbe atteint son sommet pour $x_s = \frac{-b}{2a}$

La valeur de ce sommet est $f(x_s)$

Exemple Calculer pour quelle valeur de x , la fonction $f(x) = 2x^2 + 2x + 2$ admet un minimum.

Activités 1, 2, 3 page 77

Exercices 1, 2, 8, 9 testez-vous et pb 14 page 83 à 85

II résolution d'une équation du second degré

1. Définition

Résoudre une équation du second degré de la forme $ax^2 + bx + c = 0$, c'est trouver toutes les valeurs de x pour lesquelles l'égalité est vraie.

Ces valeurs sont appelées les racines du polynôme.

La valeur $\Delta = b^2 - 4ac$ est appelée discriminant du polynôme $ax^2 + bx + c$.

2. Résolution

Méthode

a. Trouver les valeurs a , b et c de l'équation

b. Calculer la valeur de $\Delta = b^2 - 4ac$

c. Déterminer le signe de Δ

- Si $\Delta < 0$ alors l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ n'a aucune solution,
- Si $\Delta = 0$ alors l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ a une seule solution : $x = \dots\dots\dots$
- Si $\Delta > 0$ alors l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ a deux solutions :

$x_1 = \dots\dots\dots$ et $x_2 = \dots\dots\dots$

Voir cours complet page 91.

3. Application

Résoudre : $0.5x^2 - 3x - 8 = 0$ $9x^2 + 6x + 1 = 0$ $x^2 + 2x + 5 = 0$

III signe du polynôme $ax^2 + bx + c$

1. définition

Le polynôme $ax^2 + bx + c$ est positif ou négatif selon les valeurs de x pour lesquelles on le calcule.

Pour connaître son signe, il faut calculer son discriminant et ses racines.

2. Méthode

- Calculer Δ
- Si $\Delta \leq 0$, le polynôme $ax^2 + bx + c$ a le même signe que "a" pour toute valeur de x
- Si $\Delta > 0$, le polynôme $ax^2 + bx + c$ a le signe de "a" lorsque x prend une valeur qui se situe à l'extérieur des racines x_1 et x_2 .
Le polynôme a le signe contraire de la valeur de "a" lorsque x prend une valeur qui se situe à l'intérieur des racines x_1 et x_2 .

On fait donc le tableau suivant :

Valeur de x	x_1 x_2		
Signe de $ax^2 + bx + c$	Signe de a	Signe contraire de a	Signe de a

Activités 1 et 2 page 89

Exercices 1, 2, 8, 9, 10, 11, 13, 14 testez-vous ! page 95 à 97